微分積分学 IV・演習第 6 回

2021 年 10 月 26 日

問 6-1

$D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4x\}$ とする．

(1) 領域 D はどのような図形か？

(2) 領域 D の極座標での表示 D' を求めよ．（例えば原点中心，半径 1 の円の極座標での表示は $\{(r, \theta) \mid 0 \leq r \leq 1$ かつ $0 \leq \theta \leq 2\pi\}$ となる．）

(3) 次の積分を計算せよ．

$$\iint_D (x^2 + y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

問 6-2

以下のそれぞれについて二重積分を計算せよ．

(1) $D_1 = \{(x, y) \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$ のとき

$$\iint_{D_1} \frac{1}{x^2 + y^2}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

(2) $D_2 = \{(x, y) \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$ かつ $x, y \geq 0\}$ のとき

$$\iint_{D_2} \frac{x}{x^2 + y^2}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

(3) $D_3 = \{(x, y) \mid 4 \leq 4x^2 + 9y^2 \leq 9\}$ のとき

$$\iint_{D_3} e^{\frac{1}{3}x^2 + \frac{3}{4}y^2}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

問 6-3

次の累次積分を求めよ.

$$\int_{-1}^{1}\left(\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}\frac{\mathrm{d}y}{1+x^2+y^2}\right)\mathrm{d}x$$

問 6-4

曲線 C を極方程式 $r=\sin 3\theta$ で定める.

(1) 曲線 C の概形を図示せよ.

(2) 曲線 C に囲まれた領域の面積を求めよ.

確認問題 6-a

次の累次積分を求めよ.

$$\int_{0}^{2}\left(\int_{-\sqrt{1-(x-1)^2}}^{\sqrt{1-(x-1)^2}}(x^2+y^2)\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x$$

確認問題 6-b

$D=\{(x,y)\mid 4x^2+y^2\leq 4x\}$ のとき

$$\iint_D\frac{1}{\sqrt{1+(2x-1)^2+y^2}}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

を求めよ.